

1 LES SCHÉMAS DE MODÉLISATION DISPONIBLES

Le développement urbain rend de plus en plus complexe la gestion de l'eau et des risques associés. Les métropoles littorales peuvent ainsi être soumises à l'interaction de différents aléas : submersion marine, débordement de cours d'eau, saturation des réseaux d'assainissement pluvial en cas d'événement pluvieux intense entraînant des débordements de surface.

Hydra permet de représenter ces différents phénomènes en un même modèle afin de mettre à disposition de l'ingénieur des outils de compréhension du fonctionnement du système et de lui permettre de proposer et dimensionner des solutions techniques adaptées.

La modélisation numérique est la représentation d'un système physique par une schématisation permettant sa description, sur laquelle sont résolues les équations propres aux phénomènes étudiés. La modélisation revêt ainsi nécessairement un caractère simplificateur de la complexité du système : simplification des caractéristiques géométriques, et simplification des lois physiques associées.

Se pose alors la question des méthodes de schématisation de ces différents systèmes hydrauliques. Alors que les systèmes maritimes peuvent être modélisés par un maillage représentant la bathymétrie (dont la résolution est dépendante de l'échelle de travail), la modélisation des systèmes fluviaux et d'assainissement nécessite de prendre en compte le fonctionnement des singularités que constituent les ouvrages hydrauliques ; l'échelle

de travail et les enjeux associés à la modélisation mise en œuvre peuvent par ailleurs amener le modélisateur à simplifier ou affiner la schématisation du système.

Hydra propose ainsi différents schémas de modélisation, adaptés à l'échelle de travail et aux systèmes étudiés, tout en permettant leur couplage :

- filaire, ou unidimensionnel (1D) : les réseaux et cours d'eau (lits mineur et / ou majeur) sont représentés par des sections géométriques agencées le long d'un axe préférentiel d'écoulement ; les vitesses d'écoulement sont imposées le long de cet axe,
- bidimensionnel (2D) : le terrain naturel et / ou la bathymétrie sont schématisés par un maillage triangulaire ou quadrangulaire, chaque maille étant caractérisée par sa surface et la cote moyenne du terrain naturel,
- casiers, délimitant des zones de stockage présentant de faibles vitesses d'écoulement et de faibles variations de hauteurs d'eau, caractérisés par une loi de remplissage cote / volume,
- rues, axes potentiels privilégiés des écoulements dans un environnement urbain dense et/ou régulier, assimilées à un schéma filaire,
- stations de gestion, permettant une description fine des ouvrages hydrauliques complexes,
- bassins versants.

La connexion de ces différents domaines de modélisation (et plus généralement des différents objets de modélisation) est assurée par des liaisons, de natures différentes selon la topographie ou le type d'ouvrage le cas échéant.

Le schéma ci-dessous présente l'ensemble des domaines de schématisation disponibles ainsi que les liaisons hydrauliques permettant leur connexion.

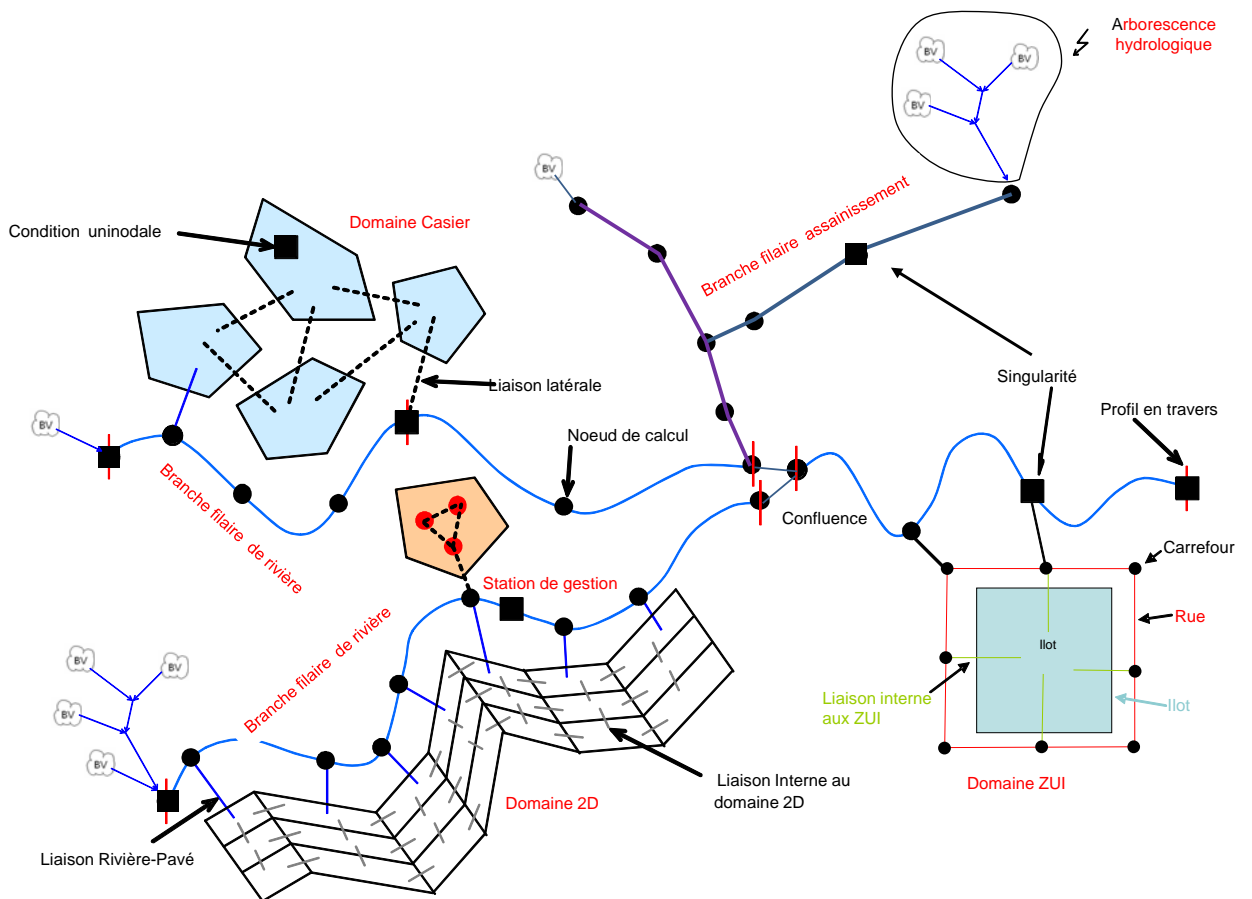


Schéma de synthèse des domaines de schématisation disponibles et des liaisons hydraulique permettant leur connexion

Dans le cas de schématisations 2D, la représentation des ouvrages et discontinuités par des lois d'écoulement précises permettent de conserver un maillage relativement lâche et d'optimiser les temps de calcul.

2 LE MODULE HYDROLOGIQUE

Le moule hydrologique utilisé dans le cadre de la présente étude est intégré à hydra. Nous ne détaillons dans ce chapitre que les formulations qui seront mises en œuvre dans le cadre de la présente étude.

La loi de production pluie - débit employée est dérivée de la méthode SCS (Soil Conservation Service). Le schéma conceptuel de ce modèle est présenté figure 1.

Dans ce modèle, le sol est décomposé en deux couches superposées :

- la réserve facilement utilisable (RFU),
- la couche de sol intermédiaire (J),

La RFU est la couche de sol directement alimentée par la pluie brute et qui se vidange par évapotranspiration (ETP). En cas de saturation, l'excédent rejoint la couche de sol intermédiaire.

Les valeurs de l'ETP qui ont été prises sont celles définies par défaut dans le modèle de simulation et qui correspondent à des moyennes interannuelles.

La couche de sol intermédiaire, alimentée par l'excédent de la couche RFU, se vidange par ressuyage, par ruissellement, et aussi par pertes vers les couches profondes.

L'hypothèse fondamentale consiste à supposer que la couche de sol intermédiaire se comporte comme une éponge dont le taux d'absorption varie en sens inverse du niveau d'imbibition : la partie non absorbée ruisselle. Par ailleurs, en l'absence de précipitation, le ressuyage du sol se fait lentement. Le débit de ressuyage est supposé proportionnel à la hauteur de lame d'eau accumulée dans le sol.

Ce modèle, très simple dans sa conception, est défini par 5 paramètres :

- RFU : Hauteur de la Réserve Facilement Utilisable exprimée en mm.
- J : La hauteur d'interception potentielle du sol en mm.
- K : Le temps de réponse du bassin au ruissellement, en jours.
- Tr : Le temps de réponse du bassin au ressuyage, en jours.
- fo : Perte par infiltration vers les couches profondes en mm/j.

Nota : Ce modèle conceptuel a été plutôt construit pour les sols peu perméables. L'expérience montre cependant qu'il peut également être applicable au cas de sol très perméables : on supprime le ruissellement en donnant une grande valeur à J et on règle Tr pour obtenir le coefficient de restitution désiré de la nappe lorsqu'elle est en état de surcharge par les apports pluvieux.

3 LE MODULE HYDRAULIQUE

Hydra propose différents domaines de modélisation, interconnectés entre eux par le biais de liaisons hydrauliques spécifiques.

3.1 LE DOMAINE FILAIRE (OU MULTIFILAIRE SELON LES CAS)

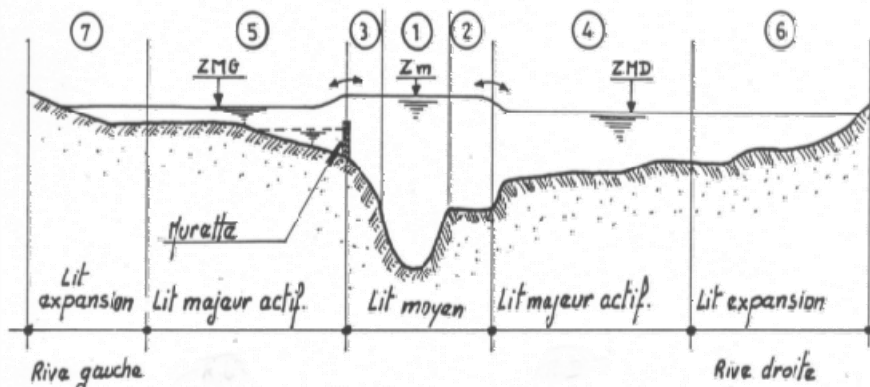
La schématisation filaire repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à lits composés, avec des lois de partage entre les différents lits qui sont conçues pour reproduire au mieux les cotes d'eau dans le lit mineur, les temps de propagation et la déformation des ondes de crues influencées par l'action de laminage joué par le lit majeur. A chaque nœud de calcul sont associées plusieurs variables : la cote d'eau dans la section composée et les débits longitudinaux dans chaque lit. Outre les équations des tronçons de vallée Hydra propose un large choix de singularités spécialement adaptés aux types d'ouvrages et d'obstacles rencontrés dans les vallées fluviales.

Le domaine filaire modélise l'écoulement le long d'un bief de rivière ou de vallée inondable, caractérisé par une direction privilégiée d'écoulement le long de son axe longitudinal. Le bief de vallée, dénommé « branche », est composé d'une succession de tronçons de rivière entrecoupés de singularités hydrauliques formant obstacle à l'écoulement.

Le domaine filaire modélisé par Hydra se présente comme une juxtaposition de sous-réseaux arborescents. Un sous-réseau consiste en un assemblage de branches de calcul connectées les unes aux autres par des confluences ou des liaisons latérales. A chaque branche est associé un système de repérage curviligne kilométrique qui lui est propre, avec des PK croissants de l'amont vers l'aval de la branche. Une branche est jalonnée d'une succession ordonnée de modules hydrauliques. Chaque module est délimité par un PK amont et un PK aval. On distingue :

Les tronçons élémentaires de rivière ou de vallée régis par les équations de Barré de St Venant ; les équations distinguent pour chaque section de vallée 7 zones d'écoulements contrastés dans la direction transversale (voir figure ci-après) :

- le lit moyen où coule l'eau en l'absence de débordement,
- le lit majeur actif, c'est-à-dire la fraction de la plaine inondable qui participe à l'écoulement longitudinal en vallée après débordement, en distinguant la rive gauche et la rive droite,
- le lit d'expansion qui simule les poches de stockage et d'accumulation dans le lit majeur.



Schématisme de la vallée : coupe transversale

Le modèle filaire se construit à partir de profils en travers. L'hydraulicien synthétise avec 14 points, les profils en travers levés par le géomètre. Il interpole des profils supplémentaires pour rester fidèle à la géométrie du lit du fleuve.

Les équations résolues sont données ci-après.

Equations de Barré-de-Saint-Venant :

Continuité :
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(S_m + \frac{S_M}{s} \right) + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{q_1}{s} + q_a$$

Quantité de mouvement :
$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{d}{dx} \left(\beta \frac{Q^2}{S_m + S_M} \right) + g(S_m + S_M) \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{Q |Q|}{D^2} = 0$$

t : temps

s : coefficient de sinuosité

S_m : surface de la section mouillée du lit mineur

S_M : surface de la section mouillée du lit majeur actif

D : débitance = $S_m K_m R_m^{2/3} + \sqrt{s} S_M K_M R_M^{2/3}$

avec • K_m et K_M : Stricklers des lits mineur et majeur
 • R_m et R_M : rayons hydrauliques des lits mineur et majeur

β : coefficient d'échange de quantité de mouvement entre lits mineur et majeur

$$\beta = \left(\frac{1}{S_M} + \frac{r^2}{S_m} \right) \left(\frac{S_m + S_M}{1 - \eta^2} \right)$$

$$\text{avec } \eta = \frac{Q_m}{Q_M} = \frac{S_m K_m R_m^{2/3}}{S_M K_M R_M^{2/3}}$$

q₁ : débit d'échange latéral

$$q_1 = \mu \sqrt{2g} (Z - Z_d)^{3/2} \text{ en régime dénoyé}$$

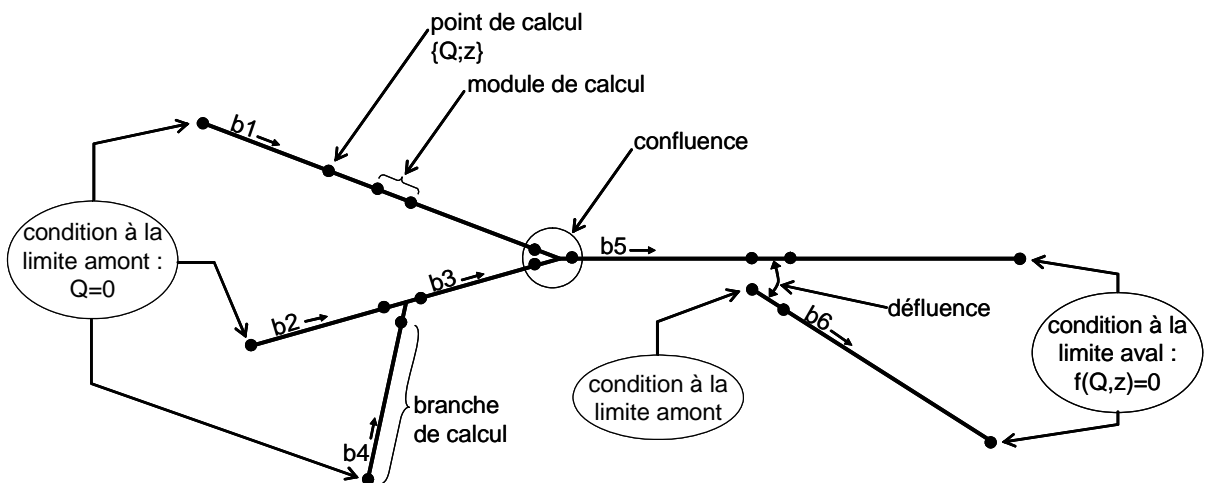
$$q_1 = \mu \sqrt{2g} (Z - Z_d) (Z - Z_1)^{1/2} \text{ en régime noyé}$$

Les **singularités hydrauliques** ; sont classés dans cette catégorie tous les ouvrages hydrauliques apportant une modification à l'écoulement le long d'un tronçon de rivière, et plus généralement, le long d'une branche 1D. Par extension une singularité est définie dans Hydra comme toute loi d'écoulement régie par des équations autres que celles du tronçon de vallée. Une singularité peut :

- être courte (localisée en un seul PK) ou longue (étendue entre un PK début et un PK fin le long d'une branche de calcul),
- se caractériser par une discontinuité de débit (hydrogramme d'apport ou dérivation), ou de cote piézométrique, ou les deux à la fois,
- être de type passif (ouvrage statique) ou actif (organe réglable).

Chaque branche est constituée en définitive d'une succession de points de calculs. A chaque point sont calculés une cote Z et un débit longitudinal Q le long de la branche. Ce débit est positif lorsque le courant s'écoule de l'amont vers l'aval de la branche, c'est-à-dire dans le sens croissant des PK. Il est négatif dans le cas contraire.

Chaque sous-réseau comprend une et une seule condition à la limite aval, définie au nœud aval par une relation de la forme : $f(Q,Z) = 0$



Schématisme d'un domaine filaire maillé

3.2 LE DOMAINE CASIER

Le domaine casier est classiquement utilisé pour représenter les zones de stockage caractérisées par de faibles vitesses d'écoulement, situées à l'écart des écoulements dynamiques. Les limites des éléments casiers s'appuient généralement sur des limites physiques contraignant les écoulements (digues, remblais, ...). Il peut également être utilisé pour schématiser le lit majeur actif lorsque les objectifs de la modélisation ne nécessitent pas une représentation détaillée des conditions écoulement (vitesses, hauteurs d'eau, ...).

Le domaine « casier » comprend une collection de surfaces polygonales, ou casiers, chaque casier est converti en interne en un nœud de calcul caractérisé par :

- une cote d'eau Z ,
- une capacité de stockage décrite par une surface au miroir ou une courbe $S(z)$.

L'équation de base d'un casier exprime la loi de conservation de la masse :

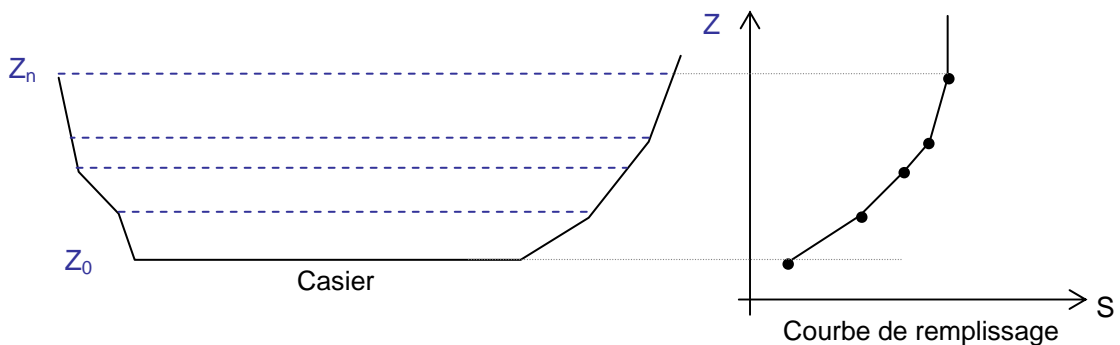
$$S \frac{dZ_c}{dt} = \sum_i qli(z_c, z_i)$$

où : S : surface au miroir du casier

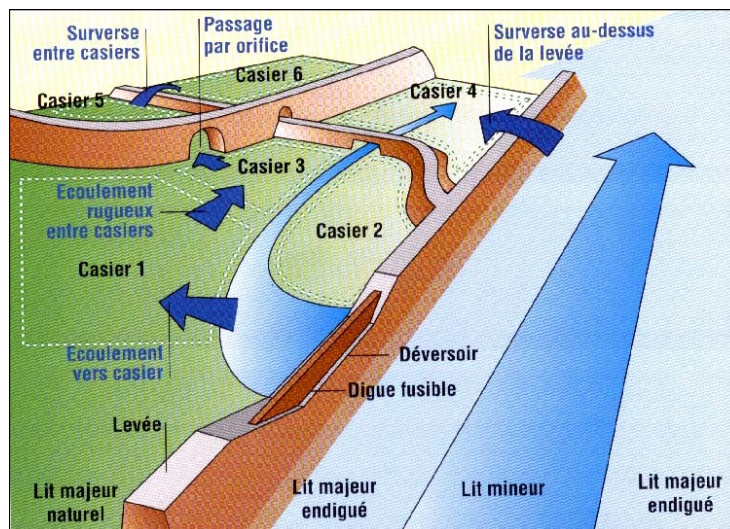
Z_c : cote d'eau (supposée uniforme dans le casier)

qli : débit échangé avec un autre domaine. Les liaisons latérales disponibles sont de plusieurs types suivant la nature physique de la liaison : seuil, orifice, frottement sur le fond, écoulement poreux.

Chaque casier est défini géographiquement par ses contours qui correspondent, en général à des obstacles physiques influençant l'écoulement : levées, coteaux, routes, talus ... puis numériquement par sa superficie et par une courbe $\alpha(Z)$ où α est le pourcentage de la superficie du casier situé sous la cote Z .



La planimétrie générale du terrain est ainsi entrée dans le modèle ce qui définit le volume d'eau susceptible d'être stocké dans la zone inondée.



Les entrées et sorties d'eau pour un casier sont analysées et dimensionnées : des liaisons numériques sont définies pour représenter dans le modèle les échanges d'eau entre casiers.

3.3 LE DOMAINE BI-DIMENSIONNEL (2D)

Le domaine « pavé » comprend une collection de mailles quadrangulaires ou triangulaires, ou pavés, chaque pavé étant converti en interne en un nœud de calcul caractérisé par :

- une cote d'eau Z ,
- les composantes u_x et u_y de la vitesse d'écoulement,

- une capacité de stockage décrite par une cote moyenne de fond Z_f et une surface S .

La modélisation bidimensionnelle repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à deux dimensions à l'aide d'une méthode de volumes finis : les inconnues sont la cote d'eau et la composante de la vitesse dans chaque direction, calculées au centroïde de la maille.

Les équations de base s'expriment sous la forme :

Continuité :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0$$

Dynamiques selon x et y

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \left(\frac{\partial z}{\partial x} + j_x \right) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \left(\frac{\partial z}{\partial y} + j_y \right) = 0$$

Avec :

h : hauteur d'eau

u, v : composante de la vitesse

g : accélération de la gravité

z : cote de la surface libre

x, y : abscisse et ordonnée du point où sont définis (h, u, v)

j : gradient de perte de charge engendré par le frottement

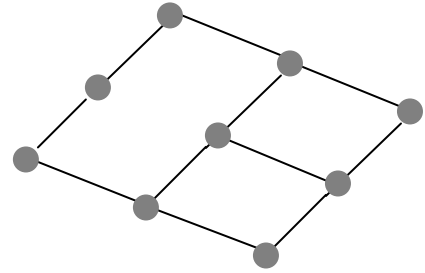
Les équations précédentes sont transformées dans le module 2D en intégrales de surface et sont discrétisées par la **méthode des volumes finis**.

Pour ce domaine le nombre de variables indépendantes au centroïde de chaque élément est égal à trois : h, u et v .

Le maillage proposé dans le module bidimensionnel est quadrangulaire et triangulaire. La densité et la taille moyenne des mailles sont adaptées en fonction de la cohérence de la précision des levés topographiques et des attendus du projet.

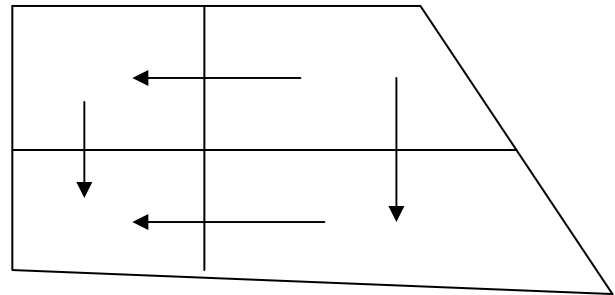
Le maillage proposé présente deux particularités :

- Il est déstructuré, c'est-à-dire que les frontières de chaque maille ont des directions quelconques : elles s'appuient sur les rives du cours d'eau, le long des obstacles dans le lit majeur,
- Il est possible de partager une frontière entre plus de deux éléments (cf. ci-contre).



Cette souplesse permet de facilement traiter les situations géométriques les plus complexes.

Les frontières entre deux mailles contigües sont traversées par des liaisons d'échanges hydrauliques qui découlent de la discrétisation des deux équations ci-dessus.



La grande majorité de ces liaisons sont intérieures au domaine 2D : elles sont régies par des lois d'échange satisfaisant les équations de Barré de St Venant en deux dimensions ; les vitesses sont calculées au centroïde de l'élément.

A chaque frontière on peut également renseigner une loi d'échange spécifique du type de celles disponibles pour le domaine casier, dans le cas d'un obstacle régi par une loi de singularité hydraulique spécifique.

On peut également spécifier des liaisons régies par des lois de singularités hydrauliques.

La méthode des volumes finis offre une grande souplesse dans la définition du maillage, ce qui lui confère un avantage certain compte tenu des nombreuses lignes de fractures (obstacles en ligne) présentes dans les plaines alluviales.

Le maillage s'appuie notamment sur des limites physiques contraignant les écoulements (digues, remblais, ...), la taille des mailles étant définie par le modélisateur en fonction de la précision attendue et de la morphologie de la vallée.

Les singularités ponctuelles au droit des franchissements routiers ou ferrés sont schématisées par des liaisons spécifiques reliant les mailles amont et aval :

- des lois d'orifice pour les buses et les ponceaux de décharge,
- des lois de seuil pour les routes, chemins, digues, murets, ... submersibles.

3.4 PRISE EN COMPTE DES SINGULARITES

Hydra dispose d'un panel de singularités hydrauliques ponctuelles permettant de **schématiser** ces différentes situations. Des singularités ou liaisons binodales sont également disponibles, afin de tenir compte des échanges de débits entre deux points différents d'un bief par exemple (ou entre deux biefs, ou un bief et un casier).

Les ponts sont modélisés par une perte de charge prenant en compte la taille et l'emplacement des culées et des éventuelles piles du pont.

3.4.1 Les liaisons latérales

Les liaisons latérales symbolisent des relations de transfert de débit entre des nœuds de calcul attachés aux éléments des différents domaines. L'équation associée à chaque liaison est de la forme :

$f(Q_L, Z_1, Z_2)$ où Q_L est le débit d'échange entre les nœuds 1 et 2,

Z_1 et Z_2 sont les cotes d'eau aux nœuds 1 et 2 respectivement,

f est une fonction spécifique à la nature hydraulique de la liaison : seuil, orifice, poreuse, ...

Dans le cas d'une liaison uninodale, la relation est de la forme : $g(Q_L, Z_1) = 0$. La liaison s'apparente alors à une condition à la limite appliquée au nœud 1.

Les principales liaisons hydrauliques binodales sont les suivantes :

- **La loi de surverse (overflow)** : débordement au-dessus d'une levée ou d'un talus. La liaison est calée au niveau de l'arase du point bas de la levée ou de la banquette. Les débits susceptibles d'entrer dans le val sont calculés par une loi de type déversement simple fonction de la cote d'arase, de la largeur de la zone basse et du coefficient de seuil.
- **La loi d'orifice (gate)** : La liaison simule un passage par une ouverture quelconque : buse, dalot ou pont. Elle est représentée par les dimensions de l'orifice et les coefficients de seuil et d'orifice.
- **L'écoulement rugueux (strickler)** : de casier à casier, l'eau coule sans obstacle précis, mais les forces de frottement de l'eau sur le terrain sont représentées. La liaison est définie par sa cote, sa largeur, un coefficient de rugosité et la distance entre casiers. La loi d'écoulement est régie pour cette liaison par l'équation :

$$Q_{ij} = K^* H_{ij}^{5/3} * l^* \text{ racine } ((Z_i - Z_j)/L)$$

Où Q_{ij} est le débit d'échange entre les casiers, H_{ij} est la hauteur d'eau moyenne, Z_i et Z_j les cotes moyennes dans les casiers i et j respectivement et K est le coefficient de frottement de Strickler¹ sur le fond.

- **La brèche** : La liaison représente l'ouverture d'une brèche dans le calcul lorsque le niveau d'eau, calculé à un pas de temps, dépasse un niveau niveau altimétrique prédéfini (généralement le niveau de la levée ou de la digue). Ce type de liaison est défini par un seuil de déclenchement, une largeur, un seuil bas, un coefficient de seuil et un temps d'ouverture.

Deux nœuds de calcul peuvent être reliés par plusieurs liaisons.

¹ Coefficient de Strickler : traduit le frottement du lit. Le frottement est d'autant plus important que le coefficient est faible.

3.4.2 Les ouvrages sur domaines 1D

Ce paragraphe présente les principes généraux de modélisation des principaux types d'ouvrages hydrauliques sur les domaines 1D.

Certains points particuliers sont présentés plus en détail dans les chapitres spécifiques à chacun des modèles.

a) Ouvrages de franchissement

Les ouvrages de franchissement sont définis par les cotes de radier et de sous-poutre et la section totale.

Les pertes de charge sont calculées par une loi de seuil tant que l'ouvrage n'est pas en charge, et par une loi d'orifice dans le cas contraire.

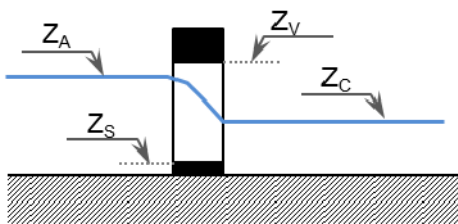
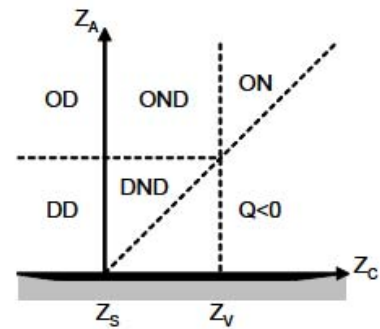


Schéma de fonctionnement



Régimes possibles d'écoulement

Régime d'écoulement	Désignation	Expression pour f
Déversoir dénoyé	DD	$f = C_D (Z_A - Z_S)^{3/2}$
Déversoir noyé – dénoyé	DND	$f = C_D (Z_A - Z_C)^{3/2} + C_N (Z_C - Z_S) (Z_A - Z_C)^{1/2}$
Orifice dénoyé	OD	$f = C_D (Z_A - Z_S)^{3/2} - C_D (Z_A - Z_V)^{3/2}$
Orifice noyé – dénoyé	OND	$f = C_D (Z_A - Z_C)^{3/2} - C_D (Z_A - Z_V)^{3/2} + C_N (Z_C - Z_S) (Z_A - Z_C)^{1/2}$
Orifice noyé	ON	$f = C_N (Z_A - Z_C)^{1/2} (Z_V - Z_S)$
avec $C_D = \frac{2}{3} \mu_D L \sqrt{2g}$ $C_N = \mu_N L \sqrt{2g}$		μ_D : coefficient en régime dénoyé (généralement = 0.6) μ_N : coefficient en régime noyé (généralement = 0.6)

b) Ouvrages souterrains

Les collecteurs souterrains sont modélisés par des sections paramétriques fermées ; Hydra utilise la méthode de la fente de Preissmann pour résoudre les équations de Barré de Saint Venant.

Une perte de charge à l'entonnement est ajoutée, sous la même forme que les ouvrages de franchissement.

c) Seuils et vannages

Les seuils frontaux et latéraux sont modélisés par des lois de seuil.

Les vannages sont modélisés par des lois mixtes seuil (tant que l'ouvrage n'est pas en charge) / orifice.

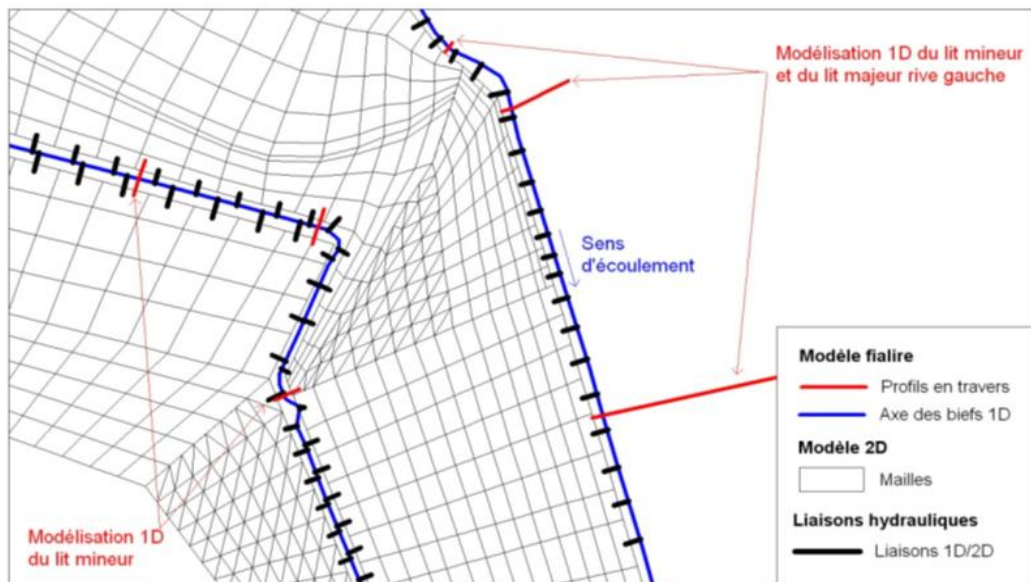
Ces ouvrages peuvent être asservis à une cote ou un débit de consigne.

3.5 COUPLAGE 1D-2D

Hydra propose deux fonctionnalités de couplage des domaines 1D et 2D, basées sur la création de liaisons latérales entre les éléments de ces deux domaines. Les berges de chaque lit de cours d'eau sont connectées au domaine bidimensionnel par l'intermédiaire de liaisons spécifiques apparentées à des déversoirs, la cote et la largeur de chacune étant fonction du profil de la berge.

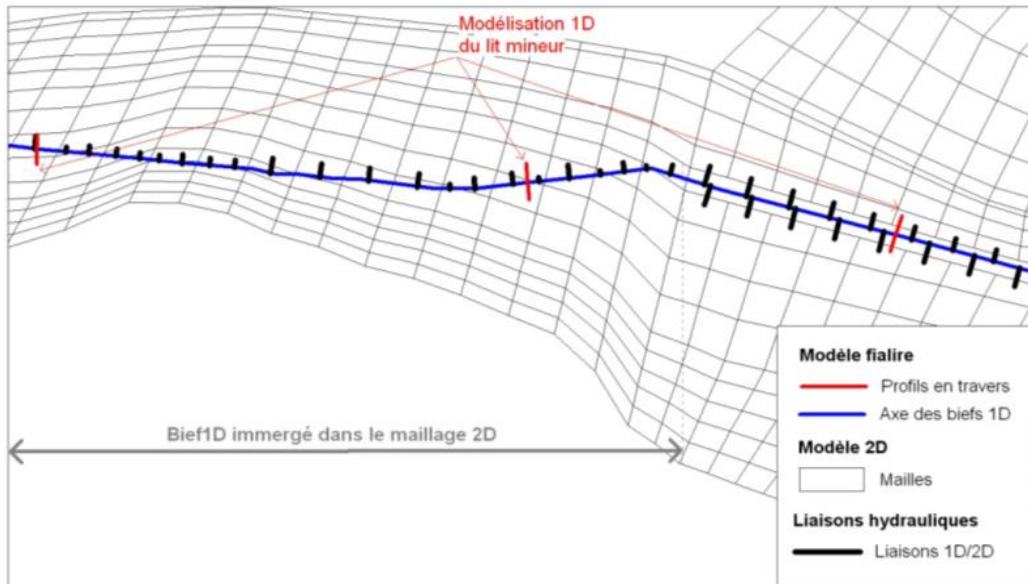
- Maillage 2D appuyé sur les limites du domaine 1D

Les liaisons latérales schématisent les capacités de débordement du bief 1D vers le maillage 2D à partir des caractéristiques géométriques de la berge considérée (altimétrie), de la géométrie de chacune des mailles (largeur de contact avec la berge) et de l'occupation du sol (frottement).



- Bief 1D immergé dans le maillage 2D

Le bief 1D intègre uniquement le lit mineur du cours d'eau concerné, et ne constitue pas une limite au maillage 2D ; les caractéristiques géométriques des liaisons du bief 1D vers les mailles 2D sont simplifiées : une liaison vers chaque maille traversée, celle-ci englobant la largeur de débordement des rives gauche et droite.



Cette représentation simplifiée est mise en œuvre lorsque la capacité du cours d'eau est faible et lorsque ses berges ne constituent pas un obstacle à l'écoulement des eaux en lit majeur (absence de digues) ; elle permet d'intégrer simplement à un maillage global du lit majeur la présence de petits cours d'eau ou fossés dont le rôle peut être important dans la dynamique d'écoulement des débordements du cours d'eau principal et le ressuyage du lit majeur. L'intégration d'un cours d'eau par cette schématisation dans un modèle existant est très simple puisqu'elle ne nécessite pas de reprendre le maillage. De même, l'étude relative à une restauration de cours d'eau secondaire, la suppression ou l'ajout de fossés en lit majeur se fait par simple modification des caractéristiques des éléments 1D existants (section des profils, rugosité, ...) ou ajout de nouveaux éléments 1D venant se superposer au maillage du lit majeur existant.

Cette représentation est aussi très utile dans le cas de réseaux souterrains couplés avec des écoulements de surface. Les débordements potentiels des réseaux sont représentés par des liaisons entre les biefs filaires souterrains et les mailles de surface, au droit des regards.

3.6 CONDITIONS AUX LIMITES

La condition limite amont des modèles hydrauliques est constituée des hydrogrammes des crues de projet définis par le modèle pluie-débit mis en œuvre lors de l'analyse hydrologique (cf. rapport d'étude hydrologie).

La condition limite aval correspond à la hauteur normale et se situe suffisamment loin en aval pour ne pas influencer les écoulements modélisés sur le territoire d'étude.

